

NGUYỄN VĂN MẬU (CHỦ BIÊN)

# CÁC CHUYÊN ĐỀ CHUYÊN TOÁN VÀ ỨNG DỤNG

(KỶ YẾU HỘI NGHỊ KHOA HỌC)

Bắc Giang, 27-28/11/2009

# **CHƯƠNG TRÌNH HỘI THẢO KHOA HỌC CÁC CHUYÊN ĐỀ CHUYÊN TOÁN VÀ ỨNG DỤNG**

Để kỷ niệm 20 năm semina liên trường viện về các chuyên đề và phương pháp toán sơ cấp và thông báo các kết quả nghiên cứu mới về các chuyên đề giảng dạy và ứng dụng toán phổ thông, Hội Toán học Hà Nội, Trường Đại học Khoa học tự nhiên, ĐHQGHN và Sở Giáo Dục và Đào tạo Bắc Giang đồng tổ chức Hội thảo khoa học: Các chuyên đề chuyên Toán và ứng dụng tại Thành phố Bắc Giang vào ngày 28-29 tháng 11 năm 2009.

Hội thảo khoa học lần này hân hạnh được đón tiếp nhiều nhà khoa học, các chuyên gia Toán học trong cả nước báo cáo tại các phiên toàn thể và các nhà giáo, các cán bộ chỉ đạo chuyên môn của các sở Giáo dục và Đào tạo, các thầy giáo, cô giáo đang trực tiếp bồi dưỡng học sinh giỏi bộ môn toán báo cáo tại các phiên chuyên đề tại Thành phố Bắc Giang.

## **BAN TỔ CHỨC**

1. GS TSKH Nguyễn Văn Mậu, Chủ tịch Hội Toán học Hà Nội, Chủ tịch Hội đồng KH&ĐT Trường ĐHKHTN, ĐHQGHN, Đồng Trưởng ban
2. NGƯT Ngô Văn Thọ, Giám đốc Sở GD&ĐT Bắc Giang, Đồng Trưởng ban
3. Ths Nguyễn Sinh Long, PHT Trường THPT Chuyên Bắc Giang, Thư ký
4. PGS Trần Huy Hổ, Phó Chủ Tịch Hội THHN, ủy viên
5. ThS Hồ Thị Lân, Phó Hiệu trưởng THPT Chuyên Bắc Giang, ủy viên
6. ThS Nguyễn Hữu Độ, Giám đốc Sở GD&ĐT HN, Phó CT Hội THHN ủy viên
7. TS Phạm Quang Hưng, Phó Giám đốc ĐHQGHN, ủy viên

## **BAN CHƯƠNG TRÌNH**

1. Ths Nguyễn Đức Hiền, Phó Giám đốc Sở GD&ĐT Bắc Giang, Đồng trưởng ban
2. PGS TS Nguyễn Minh Tuấn, Phó Tổng Thư ký Hội THHN, Đồng trưởng ban
3. TS Phạm Thị Bạch Ngọc, Phó Tổng biên tập Tạp chí TH&TT, Thư ký
4. PGS.TS Nguyễn Đăng Phát, Trường DHSP Hà Nội, ủy viên
5. PGS.TS Nguyễn Thủy Thanh, Trường ĐHKHTN, ĐHQGHN, ủy viên
6. Ths Nguyễn Văn Tiến, Trường THPT Chuyên Bắc Giang, ủy viên
7. Ths Vũ Kim Thủy, Tổng biên tập Tạp chí Toán Tuổi thơ, ủy viên

# CHƯƠNG TRÌNH HỘI THẢO

Thời gian: Trong 2 ngày 28-29/11 năm 2009

2. Địa điểm tổ chức: Trung tâm hội nghị Thành phố Bắc Giang

## NỘI DUNG VÀ THỜI GIAN BIỂU

**Ngày 28.11.2009:**

6h00 xe xuất phát tại 334 Nguyễn Trãi (các đại biểu đã đăng ký)

**Buổi sáng** (Hội trường Trung Tâm Hội Nghị Bắc Giang):

08h30-8h45 Đón tiếp đại biểu

9h00-9h30 Khai mạc:

Phát biểu khai mạc và chào mừng của Ban Tổ chức và đại biểu

9h30-11h30 Các báo cáo khoa học tại Hội nghị phiên toàn thể

12h00-14h00 Ăn trưa

**Buổi chiều** (Hội trường Trung Tâm Hội Nghị Bắc Giang):

14h00-17h30 Các báo cáo khoa học :

Các chuyên đề chuyên toán bồi dưỡng học sinh giỏi

18h00-19h30 Ăn tối

**Buổi tối** (Hội trường Trung Tâm Hội Nghị Bắc):

20h00-22h00 Giao lưu các nhà toán học với giáo viên, học sinh

**Ngày 29.11.2009:**

**Buổi sáng** (Hội trường Trung Tâm Hội Nghị Bắc Giang):

7h30-9h00 Hội nghị bàn tròn về các vấn đề đào tạo và ứng dụng liên quan

9h00-11h30 Tham quan Suối Mỡ (theo đăng ký)

12h00 Kết thúc hội nghị.

Xe xuất phát đưa đại biểu về Hà Nội. Các Báo Cáo Khoa Học

## Các báo cáo chính thức:

### Phiên họp toàn thể

Hai mươi năm Semina liên trường viện "Các chuyên đề và phương pháp toán sơ cấp"

Trần Huy Hồ.

*Hai mươi năm ấy biết bao nhiêu tình*

Đặng Huy Ruận

*Vài suy nghĩ về Semina "Các chuyên đề và phương pháp toán sơ cấp" và công tác bồi dưỡng và đào tạo cán bộ*

Nguyễn Đăng Phát

*Chặng đường hai mươi năm Semina "Các chuyên đề và phương pháp toán sơ cấp"*

Nguyễn Văn Mậu Hai mươi năm Semina "Các chuyên đề và phương pháp toán sơ cấp" với quá trình hội nhập quốc tế

### **Phiên họp chuyên đề**

Hai mươi năm Semina liên trường viện "Các chuyên đề và phương pháp toán sơ cấp"

#### **I. Phương trình hàm với ánh xạ phân tuyến tính**

Trần Nam Dũng

*Giải phương trình hàm bằng cách lập phương trình*

Nguyễn Văn Mậu

*Phương trình hàm với nhóm hữu hạn các biến đổi phân tuyến tính*

Nguyễn Đức Hiền

*Một số phương trình hàm giải bằng phương pháp đặc biệt*

Trần Thị Hà Phương

*Một số bài toán phương trình hàm dạng  $f(w(x)) = w(f(x))$ .*

Nguyễn Văn Tiến

*Một số bài toán về phương trình hàm dạng phân tuyến tính*

Vũ Thị Vân

*Phương trình hàm phân tuyến tính*

#### **II. MakeUppercase ánh xạ phân tuyến tính trong hình học**

Nguyễn Đăng Phát, Nguyễn Hữu Tâm

*Một vài ứng dụng của định lý Poncelet gắn kết với phép biến hình xạ ảnh đối hợp bộ  $n$  vào các hình học Euclide và Lobachevski*

Nguyễn Đăng Phát, Nguyễn Hữu Tâm

*Khảo cứu bổ sung về định lý lớn Poncelet*

#### **III. Một số vấn đề chọn lọc trong đại số**

Nguyễn Văn Ngọc, Nguyễn Thị Lưu Luyện

*Hệ vô hạn các phương trình đại số tuyến tính*

Nguyễn Văn Ngọc

*Một số bài toán về tính tổng*

Nguyễn Minh Tuấn, Lê Quý Thường

*On an extension of Shapiro's cyclic inequality*

#### **IV. Một số ứng dụng trong giảng dạy**

Phạm Thị Nhàn, Tạ Duy Phượng, Trần Dư Sinh

*Sử dụng máy tính điện tử khoa học trong dạy và học toán- Đôi điều trao đổi*

Tạ Duy Phượng, Đỗ Thị Thảo

*Ứng dụng của hệ đếm trong toán phổ thông*

## Lời nói đầu

Từ nhiều năm nay, các hệ THPT Chuyên và các Trường phổ thông năng khiếu đã được cập nhật nhiều chuyên đề và phương pháp giải toán thông qua các kỳ thi học sinh giỏi quốc gia, Olympic khu vực và Quốc tế. Nhiều địa phương, các thầy giáo, cô giáo đã đủ khả năng tự tin tiếp cận với các phương pháp hiện đại, vượt ra khỏi các kiến thức cơ bản theo thời lượng hiện hành do Bộ GD và ĐT ban hành. Đã xuất hiện nhiều học sinh ở trường chuyên và năng khiếu đạt Huy chương vàng tại Olympic Toán quốc tế. Đó là điều rất đáng tự hào của giáo dục mũi nhọn.

Hiện nay, chương trình cải cách giáo dục đang bước vào giai đoạn hoàn thiện bộ SGK mới. Thời lượng kiến thức cũng như trật tự kiến thức cơ bản đã có những thay đổi đáng kể. Các đơn vị kiến thức đặc trưng này đang được cân nhắc để nó vẫn nằm trong khuôn khổ hiện hành của các kiến thức nâng cao đối với các lớp chuyên toán. Vì lẽ đó, việc tiến hành viết các sách chuyên đề cho các lớp năng khiếu toán chưa thể tiến hành cấp bách trong thời gian ngắn, đòi hỏi có sự suy ngẫm và xem xét toàn diện của các chuyên gia giáo dục và các cô giáo, thầy giáo đang trực tiếp giảng dạy các lớp chuyên.

Nhân dịp kỷ niệm 20 năm semina Các chuyên đề và phương pháp toán sơ cấp, để thông báo các kết quả nghiên cứu mới về các chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi toán bậc phổ thông, Hội Toán học Hà Nội, Sở Giáo Dục và Đào tạo Bắc Giang và Trường Đại học Khoa học tự nhiên, ĐHQGHN đồng tổ chức Hội thảo khoa học: Các chuyên đề chuyên Toán và ứng dụng tại Thành phố Hà Nội và Bắc Giang từ ngày 27 đến 29 tháng 11 năm 2009.

Hội thảo khoa học lần này hân hạnh được đón tiếp nhiều nhà khoa học, các chuyên gia Toán học báo cáo tại phiên toàn thể và các nhà giáo, các cán bộ chỉ đạo chuyên môn của các sở Giáo dục và Đào tạo, các thầy giáo, cô giáo đang trực tiếp bồi dưỡng học sinh giỏi toán báo cáo tại các phiên chuyên đề ở Thành phố Bắc Giang.

Nội dung chính của hội thảo gồm hai phần: Phương trình hàm và hình học sinh bởi các phép biến đổi phân tuyến tính, một số ứng dụng của tin học trong giảng dạy toán phổ thông.

Để đáp ứng cho nhu cầu bồi dưỡng giáo viên và bồi dưỡng học sinh giỏi, chúng tôi in cuốn kỷ yếu này nhằm cung cấp một số kiến thức cơ bản về các chuyên đề và phương pháp Toán sơ cấp và các ứng dụng.

Đây cũng là các kết quả nghiên cứu về các chuyên đề toán trong Chương trình trọng điểm QGTĐ 08.09 của ĐHQGHN.

Chúng tôi xin chân thành cảm ơn Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, Trường Trung học Phổ thông Chuyên Bắc Giang, Chương trình trọng điểm QGTĐ 08.09 của ĐHQGHN đã hợp tác và hỗ trợ để hội thảo thành công tốt đẹp. Cảm ơn các đại biểu tham dự hội thảo và bạn đọc cho những ý kiến đóng góp để cuốn sách được hoàn chỉnh.

Ban tổ chức hội thảo.

# Hai mươi năm ấy biết bao nhiêu tình

Trần Huy Hồ (Đại học KHTN, Hà Nội)

Có những kỷ niệm mà người ta không bao giờ quên. Ấy là những kỷ niệm của những năm tháng khó khăn. Năm 1989, sau những ngày tháng vật lộn với mấy bài giảng thử bằng tiếng Pháp tôi được gọi đi làm chuyên gia giáo dục ở Algérie. Đi để cứu nhà! Cũng năm đó anh Nguyễn Văn Mậu sau mấy năm tu luyện tại Ba Lan về nước với tấm bằng Tiến sĩ (Tiến sĩ khoa học bây giờ). Hồi đó, giữa thời buổi người người đi buôn để tự cứu mình thì việc chăm chú học hành nghiên cứu để mang về một tấm bằng thật có thể xem là một việc không phải ai cũng làm được. Tôi quý anh Mậu trước tiên có lẽ cũng vì lẽ đó. Anh Mậu bảo tôi:

- Phải có semina về Phương trình ở Trường Tổng hợp anh Hồ ạ!
- Mậu đứng ra làm đi, mình ủng hộ nhiệt tình. Tôi đáp lại.

Ấy là vài câu anh em kịp hàn huyên ở tận Moscova xa xôi khi tôi bắt gặp anh dẫn đoàn học sinh đi thi Olympic toán quốc tế, còn tôi đang trên đường quá cảnh "đi ăn mày" ở Châu Phi (cụm từ anh em chuyên gia giáo dục vẫn tự trào lộng về công việc của mình thời đó).

Chia tay nhau vội vàng, tôi đi bay đi Algérie kiếm sống, anh về nước và giữ đúng lời hứa. Semina "Giải tích đại số và các phương pháp toán sơ cấp" được ra đời từ cuối năm 1989, trong những ngày đất nước còn vô vàn khó khăn trong cơ chế bao cấp. Tên của nửa phần đầu semina gắn với những vấn đề mà Tiến sĩ khoa học Nguyễn Văn Mậu bắt đầu quan tâm sau khi đã bảo vệ thành công luận văn Tiến sĩ khoa học liên quan đến các lớp bài toán của phương trình tích phân kỳ dị. Lý thuyết giải tích đại số cho phép nhìn nhận các lớp bài toán của phương trình vi phân và phương trình tích phân dưới một quan điểm thống nhất của lý thuyết toán tử khả nghịch theo các nghĩa mở rộng khác nhau, mà chính anh đã có những kết quả khá hay. Tên của nửa phần sau semina xuất phát từ mong muốn thu hút những anh em tâm huyết với sự nghiệp bồi dưỡng năng khiếu toán học cho thế hệ trẻ.

Lập một semina khoa học đã là một việc khó. Duy trì nó lại là điều khó hơn nhiều. Nhưng rồi hữu xạ tự nhiên hương, khoa học và tâm huyết đã kết nối anh em lại từ những ngày đầu tiên ấy. Mỗi sáng thứ Năm lại hẹn nhau

đến phòng semina của khoa Toán ở tầng 4 nhà liên hợp (T1, 334 Nguyễn Trãi). Khi ấy đến từ bộ môn Giải tích (Khoa Toán, ĐHKHTN- HN) có anh Nguyễn Thuỷ Thanh về hàm biến phức, anh Nguyễn Đình Dũng, anh Nguyễn Văn Xoa, chị Phan Khánh Tâm về giải tích hàm, chị Trần Thị Đệ về phương trình vi phân. Năm 1991, hết hạn hai năm ở Châu Phi, tôi - Trần Huy Hồ (cũng là thành viên bộ môn Giải tích), làm về phương trình vi phân đạo hàm riêng cùng gia nhập hội. Kể thế cũng là rôm rả. Anh Thanh và tôi, khi ấy, dù sao cũng đã được coi là lớp già nhưng là nhân tố không thể thiếu. Kể đến là anh Nguyễn Minh Tuấn sinh viên cũ (khoá 20) của khoa, đang làm ở Viện nghiên cứu hạt nhân, là học trò thời sinh viên của anh Mậu cũng về tham dự. Rồi anh Phạm Quang Hưng, anh Nguyễn Vũ Lương, anh Phạm Văn Hùng, anh Đỗ Thanh Sơn đều tụ về đây mỗi sáng thứ năm. Muộn hơn một chút, tôi thấy sự hiện diện của PGS.TS Nguyễn Đăng Phát, PGS.TS Nguyễn Đình Quyết từ ĐHSP HN, PGS Hà Tiến Ngoan, TS Nguyễn Văn Ngọc đến từ Viện Toán học, GS.TSKH Lê Hùng Sơn đến từ ĐHBK HN, TS Phạm Thị Bạch Ngọc từ Tạp chí Toán học và Tuổi trẻ.

Những năm đầu của thập niên 90 PGS.TS Nguyễn Xuân Thảo đến từ ĐH Thủy Lợi cùng với nhóm học trò của mình. Semina đã vượt khỏi khuôn khổ một trường. Nó lớn mạnh trở thành một semina của thành phố. Danh xưng là như vậy kể cũng là hoàn toàn xác đáng. Cùng với thời gian, ngày nay semina này được xem như semina ruột của Hội Toán học Hà Nội.

Phần toán hiện đại hấp dẫn tuổi trẻ. Nó tiếp cận tới những vấn đề thời sự nhất của toán học hiện đại về lý thuyết phương trình. Thế rồi từ semina này đã có những luận văn tiến sĩ được bảo vệ thành công. Trong số đó phải kể đến những thành công của các thành viên đầu tiên của semina: Tiến sĩ Phạm Quang Hưng (Phó Giám đốc ĐHQG HN), PGS.TS Nguyễn Cảnh Lương (Phó HT, ĐHBKHN), PGS.TS Nguyễn Vũ Lương (Chủ nhiệm khối THPT chuyên Toán - Tin ĐHKHTN- HN), PGS. TS Nguyễn Minh Tuấn, ...

Phần các chuyên đề và phương pháp Toán sơ cấp lại có vẻ hấp dẫn riêng của nó mà người có công đầu giới thiệu vẻ đẹp lấp lánh của các bài toán sơ cấp không ai khác, cũng chính là GS.TSKH Nguyễn Văn Mậu. GS.TS.NGND Đặng Huy Ruận (nguyên Chủ nhiệm khoa Toán-Cơ-Tin, ĐHKHTN HN) cũng gia nhập hội với những bài toán khá hay của toán học rời rạc. Nói về phần này, nếu không nhắc một thành viên đặc biệt của semina sẽ là một thiếu sót. Ấy là tôi muốm nhắc tới một "ông già" đã qua cái tuổi xưa nay hiếm, thường khiêm tốn ngồi hàng ghế thứ ba. Ông là Đoàn Nhật Quang, một "cây

toán"(danh từ chỉ những học sinh rất giỏi toán thời trước đây) của trường Chu Văn An vào những năm cuối thập kỷ 50 thế kỷ trước. Cuộc đời không ưu ái cho ông thực hiện ước mơ ngồi ghế trường đại học. Nhưng niềm say mê vẻ đẹp toán học thì không bao giờ vơi cạn trong ông. Ông đến dự semina đều đặn. Ông trình bày nghiên cứu của mình về các con số mà tôi chắc nếu không có lòng đam mê khó ai có thể làm như thế. Một hôm, cách đây có lẽ đã ngót mười năm, đến semina ông kể rằng vừa trúng số số độc đắc. Mọi người chúc mừng và hỏi ông cảm giác khi biết mình trúng độc đắc. Ông cười, đáp lại: "Không sướng bằng khi chứng minh xong một định lý (kết quả mà ông tìm ra)!". Ai không tin thì tùy. Với tôi, tôi tin có sự thật trong câu nói đó. Tôi biết điều này, vì ông đã từng là người dạy cho tôi cách giải các bài toán khó mà. Tôi không theo dõi chi tiết tường tận cách ông tư duy quy nạp. Nhưng tôi chia xẻ một nhận xét của một học viên cao học, học trò của tôi: Em thấy những tư duy của bác Quang rất bổ ích cho công việc đào tạo học sinh năng khiếu.

Semina đều đặn đến độ, cán bộ khối hiệu bộ trường ĐHKHTN đã quen với việc lịch dự hội thảo khoa học (semina) mỗi sáng thứ năm hàng tuần của thầy Mậu, thầy Hồ (khi tôi còn làm phó Hiệu trưởng). Trừ khi có việc khẩn cấp, mỗi sáng thứ năm, một nửa của Ban Giám hiệu thuộc quyền sở hữu của semina. Đã có ở nơi nào trên đất nước này có một semina như vậy?

Một semina khoa học tồn tại và phát triển được, công lớn thuộc về người chủ trì khoa học. GS.TSKH. NGND Nguyễn Văn Mậu, người hội tụ đủ các nhân tố để duy trì và phát triển một semina như thế. Trong Anh, tôi nhìn thấy vừa có chữ Tài vừa có chữ Tâm.

Kết thúc semina thường là vào 11g30' (nếu buổi ấy không phải là báo cáo của thầy Phát). PGS. TS Nguyễn Đăng Phát thường báo cáo về những bài toán hình học rất kỳ thú. Ông muốn cho semina thấy vẻ đẹp của hình học sơ cấp nhìn từ góc độ toán hiện đại. Song hỏi đáp một hồi mà vẫn chưa đi vào phần chính. Nhưng có câu hỏi thì hãy tranh luận. Mà tranh luận sôi nổi tới mức vừa tới tầng một nhà liên hợp mà cô Hằng đã nghe thấy tiếng thầy Mậu, thầy Phát. Những buổi như vậy, thời gian trôi đi mà không ai hay biết. Tiện đây cũng nói luôn, nhờ semina mà tôi và anh Phát biết nhau. Chúng tôi hẹn nhau tổ chức cho được một Olympic toán sinh viên. Năm đầu tiên (1994) Đại học Tổng hợp Hà Nội chủ trì. Kỳ thi ấy có sự tham gia của sinh viên của ba trường Tổng hợp Hà Nội, Sư phạm Hà Nội và Bách khoa Hà Nội. Tôi nhớ phần chuyên môn tôi uỷ thác nhờ anh Mậu. Kỳ thi thành công tốt đẹp

với phổ giải thưởng khá đẹp cho cả sinh viên ba trường. Ngày nay đã mười lăm năm trôi qua, kỳ thi thường niên này như một sân chơi bổ ích cho tất cả các trường đại học và trung học chuyên nghiệp khối khoa học tự nhiên và kỹ thuật cả nước. Và theo tôi biết, Hội Toán học Việt Nam phân công việc này cho Phó Chủ tịch hội, GS.TSKH Nguyễn Văn Mậu.

Dù tranh luận còn tiếp diễn thì phần hai của semina vẫn phải chấm dứt khi hai kim đồng hồ trùng ở con số 12. Và một hậu semina được nối tiếp xung quanh một bàn vuông trong một "quán ăn ruột" của semina. Phần này của semina được nối tiếp quanh những chuyện rất đời thường qua ngôn ngữ của các nhà khoa học, các nhà giáo. Thật tiếc cho những học viên cao học nào mỗi khi có điều kiện về Hà Nội dự semina đã không tham gia phần đặc biệt đó của semina.

Như để bù lại cho những chỗ thiếu hụt ấy, hầu như hàng năm semina lại tổ chức những "hội thảo điền dã" về các địa phương. Đây thực sự là một ngày hội cho tất cả những ai đã gắn bó trưởng thành từ semina. Ba Vì, Tam Đảo, Hải Dương, Việt Trì, Quảng Ninh, Sapa. Mỗi địa phương mang lại một sắc thái riêng cho hội thảo. Song tất cả đều là sự ghi nhận thành tựu mà semina đạt được trong sự nghiệp giáo dục và đào tạo tài năng cho đất nước.

Cứ mỗi mùa Xuân đến, đại gia đình semina của chúng ta lại hội tụ trên du thuyền Hồ Tây để ngắm cảnh Chùa, du ngoạn đầu xuân và bay cao và vang xa những bài hát hào hùng của thời Hồ Kéo Pháo...

Năm nay, hội thảo nhân kỷ niệm hai mươi năm ngày ra đời semina được tổ chức tại Bắc Giang chắc chắn sẽ là một dịp hội ngộ đầy tình nghĩa.

Cũng từ semina này đã hình thành các đề tài hợp tác nghiên cứu với các đồng nghiệp nước ngoài từ Nhật Bản và Cộng hòa Liên bang Đức. Những hội thảo quốc tế được tổ chức mà semina của chúng ta làm nòng cốt đã khẳng định vai trò vị thế của hướng nghiên cứu của semina trong cộng đồng toán học quốc tế. Tuy mới ở mức độ khiêm tốn nhưng tôi tin rằng kỷ niệm lần thứ 25, lần thứ 30, chúng ta sẽ có một danh sách dài về đề tài hợp tác quốc tế.

Hai mươi năm trước dự semina đều là những mái đầu xanh. Thời gian đã làm những mái tóc đổi sang màu trắng. May mắn thay, sau dãy bàn đầu bạc lại có những mái đầu xanh nối tiếp trong phòng 421 nhà T1, 334 Nguyễn Trãi để làm cái công việc mà đôi khi (không phải khi nào cũng thế) người ngoài không hiểu tưởng là "họ đang cãi nhau" vào mỗi sáng thứ năm hàng tuần.

Mượn dịp kỷ niệm 20 tuổi xuân của semina, đôi lời tản mạn xin ghi lại và

lấy một câu Kiều làm đề tựa bài viết này để tri ân những người mà tôi yêu quý song không phải bao giờ cũng có dịp giải bày.

Hà nội, một ngày đông Kỷ Sửu.

## **Vài suy nghĩ về semina các chuyên đề toán sơ cấp và công tác đào tạo bồi dưỡng cán bộ**

**Đặng Huy Ruận (Đại học KHTN, Hà Nội)**

Sau hai mươi năm kể từ ngày khai mạc Semina "Các chuyên đề và phương pháp toán sơ cấp" Semina đã thu được nhiều kết quả nổi bật, nhiều cán bộ khoa học đã trưởng thành từ đây. Với vai trò là người chủ trì Semina, qua thực tế đặt ra trong nội dung sinh hoạt chuyên môn, Giáo sư TSKH Nguyễn Văn Mậu đã hình thành ý tưởng đào tạo sau Đại học về toán sơ cấp.

Sau một thời gian ấp ủ ý tưởng này, vào năm 1993 Giáo sư Nguyễn Văn Mậu đã đề xuất với Khoa Toán - Cơ - Tin học mở chuyên ngành đào tạo Thạc sĩ "Phương pháp toán sơ cấp". Do chuyên ngành này đóng góp hiệu quả và thiết thực vào công tác đào tạo, bồi dưỡng nâng cao trình độ cho đội ngũ giáo viên Toán, nên nhiều trường đại học trong toàn quốc đã và đang vận dụng chương trình đào tạo thạc sĩ chuyên ngành Phương pháp toán sơ cấp. Từ đó đến nay đã có hàng trăm Thạc sĩ phương pháp toán sơ cấp trên cả nước đã được đào tạo. Trong số này hàng chục anh chị em đã trưởng thành mau chóng và trở thành tiến sĩ, cán bộ lãnh đạo các sở, ban, ngành đã và đang có những đóng góp rất hiệu quả cho phong trào giáo dục các tỉnh thành trong toàn quốc.

Về công tác bồi dưỡng giáo viên các trường chuyên, lớp chọn trên cơ sở ý tưởng của Semina, với lực lượng Semina làm nòng cốt, năm 2002 Giáo sư Nguyễn Văn Mậu đã đề xuất tổ chức hàng năm lớp bồi dưỡng chuyên môn cho cán bộ chuyên môn các Sở và giáo viên các Trường chuyên lớp chọn trong toàn quốc.

Gắn với Semina là chương trình bồi dưỡng nghiệp vụ sau đại học bộ môn toán cho đến nay đã tiến hành được 8 năm liên tục.

Năm đầu tiên (2002) đã có trên 200 Thầy cô giáo giảng dạy toán ở các

Trường chuyên, lớp chọn về dự.

Những năm tiếp sau đều có trên dưới 300 các Thầy cô giáo về dự.

Do sự nhiệt tình và có trách nhiệm cao trong giảng dạy, nên các giảng viên (gồm các chuyên gia, các nhà toán học đầu ngành: GS. TSKH. Nguyễn Văn Mậu, GS.TSKH. Hà Huy Khoái, GS.TSKH. Đặng Hùng Thắng, PGS.TS. Nguyễn Đăng Phát, GS.TS. Đặng Huy Ruận, PGS.TSKH. Vũ Đình Hòa, PGS.TS. Nguyễn Thủy Thanh, PGS.TS. Phan Huy Khải, TS Trần Nam Dũng, PGS.TS. Nguyễn Vũ Lương, TS. Tạ Duy Phượng, ...) với thời lượng không dài (10 ngày một năm) đã cung cấp cho học viên những kiến thức sâu sắc, bổ ích và cập nhật, bởi vậy học viên tham gia ngày càng đông. Mọi người đều ghi nhận sự đóng góp tích cực, có hiệu quả của Trường Đại học Khoa học tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội mà lực lượng nòng cốt là Semina "Các chuyên đề và phương pháp toán sơ cấp", vào công tác bồi dưỡng nâng cao kiến thức cho đội ngũ giáo viên các Trường chuyên, lớp chọn và cán bộ phụ trách chuyên môn của các Sở.

Căn cứ vào chương trình Toán phổ thông và nội dung chuyên môn cần thực hiện của semina phương pháp Toán sơ cấp thời gian tới semina cần quan tâm hơn nữa đến mảng kiến thức toán rời rạc, trong đó rất đáng chú ý là lý thuyết đồ thị và lý thuyết tổ hợp.

Với bề dày chuyên môn vững vàng và sự say mê sáng tạo của các thành viên, chúng ta tin tưởng rằng Semina "Các chuyên đề và phương pháp toán sơ cấp" sẽ vững bước đi lên và phát huy tốt hơn nữa trong tương lai.

Semina "Các chuyên đề và phương pháp toán sơ cấp" đã qua một chặng đường gần 20 năm, một chặng đường liên tục phát triển, năng động, bền vững; có ảnh hưởng sâu rộng, thiết thực và hiệu quả vào công tác đào tạo, bồi dưỡng giáo viên toán, đào tạo sau đại học trong cả nước.

## **Chặng đường hai mươi năm Semina Các chuyên đề và phương pháp toán sơ cấp**

**Nguyễn Đăng Phát (Đại học Sư phạm, Hà Nội)**

Semina "Các chuyên đề và phương pháp Toán sơ cấp" ở Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội do GS. TSKH. Nguyễn Văn

Mậu đề xướng và chủ trì đã duy trì và hoạt động liên tục, rất có hiệu quả, tính đến nay đã được gần 20 năm.

Tôi tuy giảng dạy ở Khoa Toán tin Trường Đại học Sư phạm Hà Nội nhưng rất hưởng ứng ý tưởng khởi xướng và tham gia hoạt động đều đặn hàng tuần trong semina này của GS.TSKH. Nguyễn Văn Mậu ngay từ những ngày đầu thành lập.

Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội ra đời từ Trường Đại học Tổng hợp Hà Nội có chức năng chủ yếu là một trường đại học nghiên cứu, ngoài ra cũng góp phần đào tạo giáo viên trung học phổ thông nhất là trong những năm đầu khi Trường Đại học Tổng hợp Hà Nội mới được thành lập. Vốn rất tâm huyết với sự nghiệp giáo dục và đào tạo, Giáo sư Nguyễn Văn Mậu rất trăn trở với chất lượng đào tạo cán bộ nghiên cứu khoa học cơ bản cũng như bồi dưỡng giáo viên toán không chỉ cho hệ T.H.P.T chuyên của Trường. Chính từ mối quan tâm nhiệt huyết đó nên semina "Các chuyên đề và phương pháp toán sơ cấp" đã ra đời từ Trường Đại học Khoa học Tự nhiên chứ không phải từ một Trường Đại học Sư phạm nào khác.

Semina "Các chuyên đề và phương pháp toán sơ cấp", một chặng đường hai mươi năm liên tục phát triển, năng động, bền vững đã có ảnh hưởng sâu rộng, thiết thực và hiệu quả tốt đẹp đến đào tạo, bồi dưỡng giáo viên toán trong cả nước.

Semina này tuy ra đời sau một số semina khác thuộc chuyên ngành nghiên cứu chuyên sâu về Giải tích và phương trình vi - tích phân, nhưng cũng tương đối sớm (ngay từ đầu năm 1990). Sau đó 3 năm, từ semina này ý tưởng đào tạo sau đại học về Toán sơ cấp ở Trường Đại học Khoa học Tự nhiên (mà người khởi xướng không phải là ai khác, chính là người chủ trì các hoạt động của semina "Các chuyên đề và phương pháp Toán sơ cấp") đã trở thành hiện thực: Bộ Giáo dục và Đào tạo đã cho phép Trường Đại học Khoa học Tự nhiên mở chuyên ngành đào tạo Thạc sĩ "Các phương pháp Toán sơ cấp". Như vậy, khởi đầu từ 1993 đến nay sự nghiệp này đã có bề dày 17 năm và đã đào tạo được hàng trăm thạc sĩ về chuyên ngành này, trong số đó có hàng chục người đã được đào tạo tiếp bậc tiến sĩ về các chuyên ngành Toán lý thuyết. Nhiều học viên đã được trưởng thành từ những lớp, khóa đào tạo cao học chuyên ngành này, trở thành cán bộ cốt cán về quản lý giáo dục ở nhiều địa phương và đã có những đóng góp đáng kể cho phong trào giáo dục các tỉnh thành trong cả nước.

Đặc biệt, từ 8 năm trở lại đây, giáo sư Nguyễn Văn Mậu đã có sáng kiến đề xuất mở những lớp bồi dưỡng chuyên môn, nghiệp vụ cho các giáo viên các

trường chuyên, lớp chọn trong cả nước, khởi đầu là những Trường hè (mỗi năm 10 ngày) về từng môn Toán, Lý, Hóa, Sinh học từ năm 2002. Những trường hè được mở ra như thế này đã có tác dụng rất thiết thực, không những cập nhật mà còn rất có hiệu quả cho việc bồi dưỡng chuyên môn, nghiệp vụ, đặc biệt đối với giáo viên dạy các Trường chuyên và cán bộ chỉ đạo chuyên môn ở các sở giáo dục trong cả nước.

Trong những trường hè này nhiều chuyên đề toán học chọn lọc đã lần lượt được trình bày cho học viên dưới dạng những bài giảng và thảo luận semina, cung cấp cho họ không chỉ những tài liệu chuyên môn sâu sắc về kiến thức, thiết thực và bổ ích về nghiệp vụ mà còn lắng đọng ở họ về phương pháp luận và khi dậy những tiềm năng sáng tạo trong học tập, nghiên cứu, giảng dạy cho sự nghiệp "trồng người" của họ.

Sự trưởng thành của nhiều học viên Toán qua những khóa đào tạo cao học về "Các phương pháp toán sơ cấp" và những "Trường hè" bồi dưỡng chuyên môn, nghiệp vụ cho đối tượng giáo viên chỉ đạo và giảng dạy ở các trường chuyên lớp chọn không những được lãnh đạo giáo dục các địa phương ghi nhận mà chủ yếu chính những học viên này đã thấy rõ hơn ai hết. Họ đã nhận thức được muốn tinh thông về nghề nghiệp phải biết biến những quá trình được đào tạo thành quá trình tự đào tạo để phần đầu vươn lên dạy tốt, dạy giỏi, đào tạo nhiều học sinh giỏi hơn nữa.

Giáo sư Nguyễn Văn Mậu và tôi đều đã từng là cộng tác viên rồi ủy viên hội đồng biên tập của tạp chí "Toán học và Tuổi trẻ" đã nhận thấy rõ sự tiến bộ và trưởng thành của nhiều học viên cao học và những độc giả trẻ tuổi của tạp chí. Trước đây, việc nghĩ ra được những đề toán mới đối với số đông giáo viên còn là điều xa lạ, khó khăn "kính như viễn chi". Nhưng ngày nay thì tình hình đã khác xa những năm tháng thuộc các thập kỷ 60 - 80 rồi.

Bây giờ thì nhiều gương mặt mới đã xuất hiện trên tạp chí không chỉ là tác giả của những đề toán mới cho mục "Đề ra kỳ này" mà còn cho nhiều bài viết dài và ngắn thuộc những thể loại (mục) khác nhau nữa. Thiết nghĩ đó chính là phản ánh hết sức khách quan và chân thật ảnh hưởng sâu rộng và rất hiệu quả của chặng đường dài gần 20 năm liên tục phát triển, năng động và bền vững của seminar "Các chuyên đề và phương pháp Toán sơ cấp" của Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội.

# Giải phương trình hàm bằng cách lập phương trình

Trần Nam Dũng, ĐHKHTN, TP HCM

*Cuộc sống là chuỗi những phương trình mà ta kiếm tìm lời giải*

## Tóm tắt nội dung

Giải bài toán bằng cách lập phương trình và hệ phương trình là một phương pháp thông dụng trong các bài toán đại số. Ý tưởng là để tìm một ẩn số nào đó, ta đưa vào các ẩn số phụ, sử dụng các dữ kiện để tạo ra mối liên hệ giữa các ẩn số đó (các phương trình), giải hệ phương trình, tìm ra giá trị của ẩn số cần tìm. Phương pháp tương tự cũng có thể áp dụng cho các bài toán hình học tính toán (chẳng hạn bài toán giải tam giác, tứ giác), các bài toán đếm (phương pháp dãy số phụ).

Trong bài này, chúng ta đề cập tới phương pháp lập phương trình, hệ phương trình để giải các bài toán phương trình hàm. Ý tưởng chung cũng là để tìm một giá trị  $f(x)$  hoặc  $f(a)$  nào đó, ta sử dụng phương trình hàm để tìm ra mối liên kết giữa các đại lượng, nói cách khác, tạo ra các phương trình số. Giải các phương trình số này, ta có thể tìm ra  $f(x)$  hoặc  $f(a)$  với  $a$  là một giá trị nào đó.

# Phương trình hàm với nhóm hữu hạn các biến đổi phân tuyến tính

Nguyễn Văn Mậu, Trường ĐHKHTN, ĐHQGHN

## Tóm tắt nội dung

Báo cáo này nhằm trình bày tổng quan một số kết quả liên quan đến phương trình hàm với đối số biến đổi trên trục thực. Đây là các biến đổi sinh bởi các phép biến hình sơ cấp trên trục thực, phép tịnh tiến, phản xạ (lấy đối xứng qua một điểm), phép đồng dạng (vị tự) và phép nghịch đảo). Trong trường hợp tổng quát, khi các phép đẳng cấu phân tuyến tính  $\{V_1, V_2, \dots, V_m\}$  với

$$(V_j f)(x) = \frac{\alpha_j x + \beta_j}{\delta_j x + \gamma_j}, \quad \alpha_j \gamma_j - \beta_j \delta_j \neq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m$$

lập thành một nhóm hữu hạn  $G$  thì

$$G = \{I, V, V^2, \dots, V^{n-1}, W, WV, WV^2, \dots, WV^{n-1}, \}$$

trong đó  $V^n = I$  và  $W^2 = I$ .

Ta khảo sát các dạng phương trình liên quan với hệ số hằng và hệ số biến thiên trên trục thực. Đó là lớp các phương trình hàm với argumen biến đổi sinh bởi hàm phân tuyến tính thực dạng

$$\sum_{j=0}^{n-1} a_j(x) f(\omega_j(x)) = b(x),$$

trong đó

$$\omega_j(x) = \omega(\omega_{j-1}(x)), \quad \omega_0(x) = x, \quad \omega_1(x) = \omega(x) = \frac{\alpha x + \beta}{x + \gamma}, \quad \alpha\gamma - \beta \neq 0.$$

## Một số phương trình hàm giải bằng phương pháp đặc biệt

Nguyễn Đức Hiền, Trường THPT Chuyên Bắc Giang

### Tóm tắt nội dung

Giả sử hàm số  $f(x)$  có tính chất  $f(a) = a$  thì  $x = a$  được gọi là điểm bất động của hàm số  $f(x)$ .

Nếu xảy ra trường hợp  $f(a_1) = a_2; f(a_2) = a_3; \dots; f(a_{k-1}) = a_k; f(a_k) = a_1$  thì bộ  $k$  điểm  $(a_1; a_2; \dots; a_k)$  được gọi là một chu trình (bậc  $k$ ) của hàm số  $f(x)$ .

Khi hàm số cần tìm không có các tính chất như đã nêu ở trên thì ta không thể sử dụng các tính chất đặc biệt của nó trong giải phương trình hàm. Khi đó, ta cần xét quỹ đạo của hàm số  $f(x)$ , cơ chế tác động của  $f(x)$ , các điểm bất động và chu trình của  $f(x)$ , ...

Bài viết này nhằm sử dụng tính chất của điểm bất động của hàm số và ứng dụng để giải một số dạng phương trình hàm dạng đặc biệt.

## Hệ vô hạn các phương trình đại số tuyến tính

Nguyễn Văn Ngọc, Nguyễn Thị Lưu Luyện Viện Toán học

### Tóm tắt nội dung

Lý thuyết về hệ vô hạn các phương trình đại số tuyến tính đã được ra đời từ cuối thế kỷ 19 và phát triển mạnh mẽ gắn liền với những ứng dụng trong việc tìm nghiệm của các phương trình vi phân và phương trình tích phân, đặc biệt là giải các bài toán biên của Vật

lý toán. Cơ sở của lý thuyết này được trình bày trong [1]. Tuy nhiên, cho đến nay vẫn còn nhiều vấn đề lý thuyết chưa được giải quyết trọn vẹn và phát triển đầy đủ, đặc biệt là đối với hệ phi tuyến [1].

#### Tài liệu tham khảo

[1]. **Kantorovich L.V. and Brychkov Yu. A.**, Approximate methods in higher analysis, Moscow 1962 (*in Russian*).

## Một số bài toán về tính tổng

Nguyễn Văn Ngọc, Viện Toán học

#### Tóm tắt nội dung

Học sinh phổ thông, nhất là phổ thông cơ sở kể cả học sinh chuyên toán, tỏ ra rất lúng túng khi gặp các bài toán tính tổng. Điều đó cũng dễ hiểu vì trong chương trình phổ thông rất ít các tài liệu đề cập đến vấn đề này. Trong tài liệu này chúng tôi xin giới thiệu một số bài toán đơn giản về tính tổng hữu hạn.

## Một vài ứng dụng của định lý Poncelet gắn kết với phép biến hình xạ ảnh đối hợp bộ $n$ vào các hình học Euclide và Lobachevski

Nguyễn Đăng Phát, Đại học Sư phạm Hà Nội  
Nguyễn Hữu Tâm, THPT Chuyên Lê Quý Đôn, Quy Nhơn

#### Tóm tắt nội dung

Bài viết này nhằm trình bày đôi điều bổ sung về cách tạo nên một phép biến hình xạ ảnh trên một conic xạ ảnh "điểm" nhờ sự "trợ giúp" của một conic xạ ảnh điểm hoặc "tuyến" thứ hai và đặc tính cơ bản của một phép biến hình xạ ảnh đối hợp bộ  $n$  gắn kết với cách tạo nên một  $n$ -giác Poncelet lưỡng tiếp hai conic xạ ảnh "điểm" và "tuyến"  $(C)$  và  $(C')$ , trong đa  $(C)$  được cho trước.

# Khảo cứu bổ sung về định lý lớn Poncelet

Nguyễn Đăng Phát, Đại học Sư phạm Hà Nội  
Nguyễn Hữu Tâm, THPT Chuyên Lê Quý Đôn, Quy Nhơn

## Tóm tắt nội dung

Bài viết này nhằm trình bày một vài ứng dụng của định lý Poncelet tổng quát gắn kết với một vài tính chất Euclide đặc trưng của một phép biến hình xạ ảnh "điểm" elliptic đối hợp bộ  $n$  trên đường thẳng và trên đường tròn vào các Hình học Euclide và Lobachevski. Để thực hiện điều đó chúng ta sử dụng các mô hình quen thuộc của mặt phẳng xạ ảnh và mặt phẳng Lobachevski. Mặt phẳng xạ ảnh là mặt phẳng Euclide bổ sung một đường thẳng vô tận  $\Delta(\infty)$ , trong đó mỗi đường thẳng Euclide thông thường được bổ sung một điểm vô tận  $U(\infty)$  thuộc  $\Delta(\infty)$  để trở thành đóng kín. Còn hình học phẳng Lobachevski có mô hình nửa phẳng Poincaré hay đĩa.

## Một số bài toán phương trình hàm dạng $f(\omega(x)) = \omega(f(x))$ .

Trần Thị Hà Phương- THPT Chuyên Bắc Giang

## Tóm tắt nội dung

Trong cuốn sách Phương trình hàm của GS.TSKH Nguyễn Văn Mậu, tác giả có xét một số phương trình hàm với phương pháp biến đổi phân tuyến tính dạng

$$f\left(\frac{ax+b}{cx+d}\right) = cf(x) + d.$$

Dựa trên phương pháp biến đổi phân tuyến tính, trong bài viết này người viết trình bày một số định lý đối với một số dạng biến đổi  $\omega(x)$  cụ thể và xét bài toán tìm  $f(x)$  thỏa mãn tính giao hoán  $f(\omega(x)) = \omega(f(x))$ , trong đó  $\omega(x)$  được xét trong trường hợp là những hàm phân thức cho trước (Vế phải của phương trình được thay bởi một hàm phân thức biến  $f(x)$ ).

## Một số bài toán về phương trình hàm dạng phân tuyến tính

Nguyễn Văn Tiến, Trường THPT Chuyên Bắc Giang

### Tóm tắt nội dung

Trong bài viết này tác giả đặt vấn đề xét lớp các phương trình hàm biến số thực liên quan đến các hàm số dạng phân tuyến tính  $g(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  với điều kiện  $ad-bc \neq 0$ . Nếu  $c \neq 0$  thì  $g(x)$  được gọi là hàm số phân tuyến tính thực sự. Tuy nhiên, ta cũng xét cả trường hợp  $c = 0$ . Khi đó  $g(x)$  suy biến thành hàm số bậc nhất.

## Phương trình hàm phân tuyến tính

Vũ Thị Vân, Trường THPT Chuyên Bắc Giang

### Tóm tắt nội dung

Phương trình hàm là một nội dung quan trọng trong chương trình chuyên toán của các trường THPT chuyên. Trong các đề thi học sinh giỏi quốc gia, khu vực và quốc tế, các bài toán liên quan đến phương trình hàm rất hay xuất hiện. Trong bài viết này ta xét bài toán sau:

Tìm hàm  $f : X \rightarrow X$  thỏa mãn

$$a_1(x)f(g(x)) + a_2(x)f(g_2(x)) + \cdots + a_n(x)f(g_n(x)) = a(x),$$

trong đó, các hàm  $a_i(x), i = 1, \dots, n$  và  $a(x)$  là các hàm số từ  $X$  vào  $X$  cho trước, các hàm  $g_i(x), i = 1, \dots, n$  là các hàm phân tuyến tính và chúng tạo thành một nhóm hữu hạn với phép toán lấy hàm hợp.

## Sử dụng máy tính điện tử khoa học trong dạy và học toán - Đôi điều trao đổi

Phạm Thị Nhàn, Sở GDĐT Quảng Ninh  
Tạ Duy Phương, Viện Toán học  
Trần Dư Sinh, Sở GDĐT Thừa Thiên-Huế

### Tóm tắt nội dung

Máy tính điện tử khoa học (Scientific Electronic Calculator, thường được gọi là máy tính điện tử bỏ túi hay máy tính điện tử cầm tay) đã được giới thiệu và sử dụng trong chương trình toán phổ thông. Hàng năm, Bộ giáo dục và Đào tạo thường xuyên tổ chức kì thi học sinh giỏi Giải toán trên máy tính. Bài viết này có mục đích trao đổi một số vấn đề xung quanh việc sử dụng máy tính điện tử khoa học trong dạy và học toán, chủ yếu trong trường phổ thông. Bài viết không đề cập đến vấn đề rộng là sử dụng công nghệ thông tin hoặc máy tính cá nhân (Personal Computer) trong giảng dạy.

# Ứng dụng của hệ đếm trong toán phổ thông

Tạ Duy Phương, Viện Toán học  
Đỗ Thị Thảo, THPT Lê Hồng Phong, Phổ Yên, Thái Nguyên

## Tóm tắt nội dung

Hệ đếm có nhiều ứng dụng quan trọng trong thực tế (điện báo, mật mã, ...), trong công nghệ thông tin (cơ sở tính toán trên máy tính điện tử, phân giải màu trên màn hình,...). Hệ đếm cũng liên quan đến nhiều lĩnh vực của toán học: Phương trình nghiệm nguyên, toán logic, tính chất chia hết, phương trình hàm, các bài toán trò chơi, ...

Bài viết này trình bày hai ứng dụng của hệ đếm trong toán phổ thông. Phần 1 trình bày một số mở rộng các tiêu chuẩn chia hết trong hệ đếm cơ số 10 sang cho hệ đếm cơ số bất kì. Khi trở về hệ đếm cơ số 10, các tiêu chuẩn này cũng soi sáng thêm các tiêu chuẩn đã biết.

Phần 2 trình bày phương pháp hệ đếm như một công cụ giải toán, đặc biệt là những bài toán khó (thi vô địch quốc gia và quốc tế). Lời giải của những bài toán này (nhờ ngôn ngữ hệ đếm) cũng cho thấy mối quan hệ mật thiết giữa hệ đếm với các vấn đề khác của toán học (giải phương trình nghiệm nguyên, phương trình hàm, ...).

# On an extension of Shapiro's cyclic inequality

Nguyen Minh Tuan, Le Quy Thuong  
Hanoi University of Science

## Tóm tắt nội dung

In this paper we shall prove an interesting extension of the Shapiro's cyclic inequality for four, and five variables, and formulate a generalization of the well-known Shapiro's cyclic inequality. The method used in the proofs in this paper concerns with the positive quadratic forms.

**DANH SÁCH ĐẠI BIỂU THAM DỰ**  
**HỘI THẢO TẠI BẮC GIANG,**  
*Ngày 27-29/11/2009*

**Họ và tên**

1. Cao Thị Kim Anh
2. Nguyễn Thị Vân Anh
3. Nguyễn Tuấn Anh
4. Nguyễn Thị Hồng Ánh
5. Nguyễn Xuân Bách
6. Phạm Công Biên
7. Huỳnh Công Bình
8. Khuất Thị Bình
9. Nguyễn Thị Minh Châu
10. Lý Văn Công
11. Thân Văn Cương
12. Khuất Thị Thùy Dương
13. Đinh Trọng Dũng
14. Phạm Huy Diễn
15. Nguyễn Hữu Độ
16. Vũ Văn Đức
17. Trịnh Thị Thanh Giang
18. Lê Hữu Giáp
19. Hà Thị Hương
20. Vũ Thanh Hiếu
21. Nguyễn Thị Thanh Hoa
22. Nguyễn Văn Hiệp
23. Trần Quốc Hội
24. Nguyễn Quốc Hưng
25. Phạm Quang Hưng
26. Nguyễn Văn Hà
27. Lê Thị Thanh Hằng
28. Nguyễn Đức Hiền
29. Kiều Hải
30. Nguyễn Thị Hồng Hạnh
31. Lê Thị Thu Huyền
32. Trần Huy Hổ
33. Thạch Thị Thu Hiền

34. Nguyễn Phú Hiệp
35. Nguyễn Thị Thu Huyền
36. Nguyễn Thanh Hồng
37. Đinh Công Hường
38. Đặng Văn Khải
39. Nguyễn Thị Dương Kiều
40. Phạm Quốc Khánh
41. Nguyễn Minh Khoa
42. Thẩm Ngọc Khuê
43. Nguyễn Thị Hương Lan
44. Hồ Thị Lân
45. Nguyễn Sinh Long
46. Phạm Đăng Long
47. Nguyễn Thị Lưu Luyến
48. Nguyễn Văn Mậu
49. Nguyễn Trọng Nam
50. Phạm Thị Nhàn
51. Nguyễn Trung Nghĩa
52. Đinh Như Ngọc
53. Nguyễn Văn Ngọc
54. Phạm Thị Bạch Ngọc
55. Lê Thị Minh Nguyệt
56. Phùng Thị Oanh
57. Nguyễn Đăng Phát
58. Trần Thị Hà Phương
59. Dương Xuân Phương
60. Nguyễn Thị Phong
61. Tạ Duy Phượng
62. Nguyễn Hữu Phúc
63. Lê Văn Quang
64. Đoàn Nhật Quang
65. Hoàng Ngọc Quang
66. Ninh Văn Quý
67. Nguyễn Đình Quyết
68. Tống Đình Quỳ
69. Đặng Huy Ruận
70. Nguyễn Văn Sang
71. Trương Văn Sang

72. Trần Dư Sinh
73. Lê Hùng Sơn
74. Nguyễn Chí Thanh
75. Trần Lê Thanh
76. Nguyễn Thủy Thanh
77. Nguyễn Phước Bửu Tuấn
78. Nguyễn Hữu Tâm
79. Phạm Thị Minh Thuận
80. Nguyễn Ngọc Tú
81. Trần Thị Danh Tuyên
82. Vũ Kim Thủy
83. Nông Văn Truyền
84. Trịnh Thị Minh Tú
85. Phạm Văn Thuận
86. Nguyễn Văn Thái
87. Trần Xuân Tiếp
88. Thân Văn Trung
89. Trần Văn Triển
90. Nguyễn Tiến Tuấn
91. Nguyễn Phước Bửu Tuấn
92. Ngô Văn Thọ
93. Nguyễn Đức Tuấn
94. Nguyễn Khắc Tuấn
95. Nguyễn Trọng Thiệp
96. Nguyễn Minh Tuấn
97. Nguyễn Tiến Thành
98. Đỗ Thị Thảo
99. Nguyễn Thị Huyền Trang
100. Nguyễn Trung Thành
101. Nguyễn Văn Tiến
102. Nguyễn Xuân Thảo
103. Lương Duy Tiểu
104. Vũ Thị Vân
105. Bùi Thị Hoàng Yến

=====